

AP : Geogebra, équations de droites et de cercles, produit scalaire

Légende :



Travail sur Geogebra

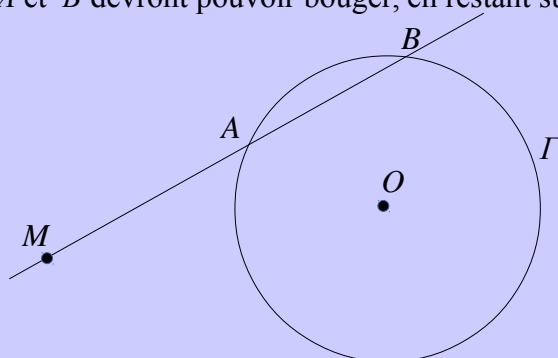


Travail sur cahier

Exercice 1 : puissance d'un point par rapport à un cercle



Créez la figure suivante sur Geogebra ; le point M et le cercle resteront fixes tandis que les points A et B devront pouvoir bouger, en restant sur le cercle Γ et alignés avec M .



Faîtes afficher le produit scalaire $\vec{MA} \cdot \vec{MB}$ puis déplacez les points A (et B).
Que remarquez-vous ?



Soit B' le symétrique de B par rapport à O .
Prouvez que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = \vec{MB'} \cdot \vec{MB}$ puis que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = OM^2 - r^2$ (où r est le rayon du cercle).
Que peut-on en déduire ?

Exercice 2

Soit $ABCD$ un trapèze tel que :

$$AB = 8$$

$$AD = 6$$

$$DC = 3$$

$$(AD) \perp (AB)$$

$$(AD) \perp (DC)$$

Soit O l'intersection des diagonales du trapèze.



Cherchez une mesure en degrés de l'angle \widehat{AOB} .



Vérifiez en refaisant la figure (si ce n'est pas encore fait...).

Exercice 3

Soit $A(-3; 2)$ et Γ le cercle de centre A et de rayon $\sqrt{52}$.

Soit $B(9; 5)$. On cherche les droites tangentes au cercle Γ passant par B .



- 1°) Justifiez que les points de contact appartiennent à un certain cercle (autre que Γ).
- 2°) a) Écrivez les équations des deux cercles.
b) Calculez les coordonnées des points de contacts recherchés.
- 4°) Avec un produit scalaire, déterminez l'angle sous lequel le cercle est vu depuis B .

Source : d'après maths repères 1ère S.

Exercice 4

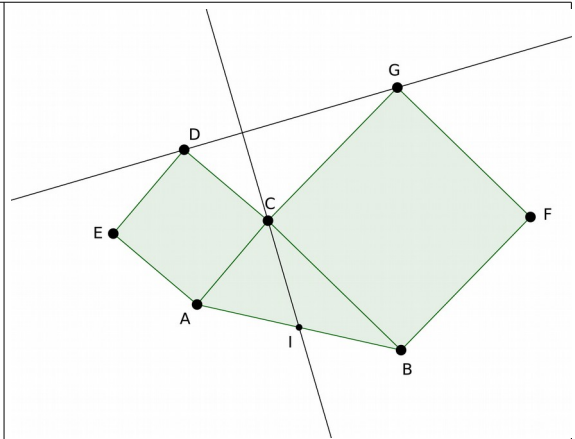
Sur la figure ci-contre, ABC est un triangle quelconque. $ACDE$ et $CBFG$ sont des carrés. I est le milieu de $[AB]$.



Reproduisez la figure. Quelle conjecture peut-on faire ?



- 1°) a) Comparez les angles \widehat{ACG} et \widehat{BCD} .
- b) En déduire que $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{GC}$ et $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CD}$ sont opposés.
- 3°) Grâce à la relation de Chasles :
a) Justifiez que $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CI}$.
- b) Calculez $\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{GD}$.



Source : d'après maths repères 1ère S.

Exercice 5

Soient A et B deux points tels que $AB = 3$.

Soit d une droite ne passant ni par A , ni par B et M un point de cette droite.

Où doit-on placer le point M pour que $MA^2 + MB^2$ soit le plus petit possible ?